مدل‌سازی دینامیکی و طرح‌ریزی گام بهینه راه‌رفتن یک ربات دوپای واقعی برمبنای مدل آونگ وارون فنری و گام پرگاری*

بهنام داداش‌زاده[۱]		سیداحمد مصطفوی[۲]		اکبر الهوردی‌زاده[۳]

چکیده *ربات‌های دوپا با کف پای نقطه‌ای گام سریع‌تری دارند و دینامیک طبیعی‌تری را نشان می‌دهند، درحالی‌که طرح‌ریزی گام این ربات‌ها به‌دلیل تحریک ناقص بسیار مشکل است. در این پژوهش به مدل‌سازی، بهینه‌سازی و طرح‌ریزی حرکت دو مدل مختلف ربات دوپای واقعی شامل مدل ربات تلسکوپی فنری و ربات پرگاری زانودار پرداخته شده‌است. همهٔ این مدل‌ها فاقد کف پا هستند، حرکت چرخشی بدنهٔ آنها مقید شده‌است و در صفحهٔ نیم‌رخ حرکت می‌کنند. تفاوت این مدل‌ها با مدل‌های نظری مربوط این است که به‌منظور واقعیت‌بخشی به گام در این مدل‌ها زانوی پای آونگی خم می‌شود، از زمین رد می‌شود و قبل از برخورد به زمین صاف می‌شود که باعث افزایش درجات آزادی و تقسیم فاز تک‌تکیه‌گاهی به دو زیرفاز می‌شود. فازهای مختلف گام راه‌رفتن هر کدام از مدل‌ها شامل فاز تک‌تکیه‌گاهی، رخداد برخورد و فاز دوتکیه‌گاهی بااستفاده از معادلات لاگرانژ مدل‌سازی شده‌است. سپس صحت معادلات مورد بررسی قرار گرفته و با اتصال این قسمت‌ها به یکدیگر گام کامل هر یک از آنها شکل گرفته‌است. درادامه، پارامترها، توابع هدف و قیدهای بهینه‌سازی ارائه شده و نمودار تغییرات این توابع مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌است؛ سپس گشتاور موتورها در حالت گام بهینه برای هر یک از مدل‌ها نشان داده شده‌است.*

واژه‌های کلیدی ربات دوپا، راه‌رفتن، مدل‌سازی، بهینه‌سازی گام.

Dynamic Modeling and Optimal Walking Gait Planning of a Real Biped Robot Based on SLIP and Compass gait Models

B. Dadashzadeh		S.A. Mostafavi		A. Allahverdizadeh

Abstract *Biped robots with point feet demonstrate faster gaits and more natural dynamics while their gait planning is very difficult due to their underactuation. This research focuses on modelling, optimization and gait generation of two different real biped models including a telescopic springy biped model and compass gait biped with kneed swing leg. All of these models have point feet and their torso angle is constrained and they move in sagittal plane. The main difference of these models with their corresponding theoretical models is that to give realization to the gaits of these models the knee of their swing leg bends, clears the ground and straightens before touch-down. This increases degrees of freedom and divides single support phase to two sub-phases. Different phases of walking gait of each model including single support phase, touch-down event and double support phase are modeled using Lagrange equation and validity of equations are demonstrated. Then the dynamic equations of the phases are combined together to make dynamic model of a full walking gait. Afterwards, optimization parameters, objective functions and constraints are presented and successive stages of optimization are performed to find optimal gaits. The optimization diagrams are discussed and the needed motor torques for the optimal gait of each model are illustrated.*

Key Words Biped robot; Walking, Modeling; Gait Optimization

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹٦/۷/۲ و تاریخ پذیرش آن ۹۷/۲/۱۵ می‌باشد. DOI: 10.22067/fum-mech.v30i1.67602

(۱) استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشکدهٔ مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز. b.dadashzadeh@tabrizu.ac.ir

(۲) فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشکدهٔ مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز.

(۳) استادیار، گروه مهندسی مکاترونیک، دانشکدهٔ مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه تبریز.

مقدمه

از اهمیت کاربرد ربات‌های دوپا می‌توان به مواردی چون قابلیت تطبیق بالای آنها با شرایط فیزیکی محیط، مانورپذیری بالا، توانایی ایجاد گام راه رفتن دینامیکی با کارایی انرژی بهتر و ظاهری طبیعی‌تر (به‌خصوص درمورد ربات‌های دوپا با پای نقطه‌ای) اشاره کرد. ربات‌های دو پا به دو دستهٔ ربات‌های فعال و غیرفعال تقسیم می‌شوند. از مزیت‌های ربات‌های غیرفعال می‌توان به صرف انرژی صفر، مقرون‌به‌صرفه بودن ازنظر اقتصادی، عدم پیچیدگی در طراحی و ساخت، و به‌دست دادن تخمینی برای طراحی ربات های فعال با گام بهینه اشاره کرد و از معایب آن نیز می‌توان محدودیت حرکت، عدم توانایی ایستادگی دربرابر اغتشاش و نیاز به محیط خاص را برشمرد. مزیت های ربات‌های فعال پایداری حرکت بالا، محدودیت حرکت کمتر نسبت به ربات های غیرفعال، عدم نیاز به بستر مناسب برای حرکت، مقاومت بالا دربرابر اغتشاش قابل‌ذکر است و نیز از معایب آن می‌توان به پیچیدگی در طراحی کنترل‌کننده، پایین بودن کارایی به‌خاطر نیاز به انرژی برای حرکت اشاره کرد.

پاندول معکوس جرم نقطه‌ای می‌تواند در روش متعادل‌شده‌ای راه برود و سینماتیک مرکز جرم و پروفیل نیروی عکس‌العمل زمین شبیه اطلاعات گام انسان معادل تولید کند. در دههٔ ۱۹۸۰ مک گییر [4]، یک ربات صفحه‌ای چهارلینکی را ازنظر تحلیل پایداری و تغییر پارامترها مورد مطالعه قرار داد و نشان داد هر کدام از استراتژی‌های کنترلی ساده برای این هدف مؤثر است و بدین ترتیب اولین علاقمندی برای مطالعهٔ راه‌رفتن غیرفعال را به‌وجود آورد. همچنین مک گییر [5] در سال ۱۹۹۳، با توسعهٔ کار خودشان به بحث کنترل حرکت دوپا پرداخته‌است. آدولفسون و همکاران [15] در سال ۲۰۰۱ بااستفاده از مدل‌های ساده و اولیه نظیر مدل مک گییر، یک مدل سه‌بعدی ۱۰ درجه آزادی غیرفعال را موردمطالعه قرار داده‌اند و به‌طور کامل تشریح کرده‌اند که هم گسستگی‌های نیرویی را دربر می‌گیرد و هم تغییرات آنی (مشابه ضربه) متغیرهای حالت را شامل می‌شود. میلارد و همکاران [16] در سال ۲۰۱۱ برروی آزمایش یک سیستم کنترل متمرکز شده‌اند تا به مدل گام چند بدنه‌ای اجازهٔ حرکت به‌روشی شبیه انسان، در یک سرعت ثابت بدهد. هاو [6] در سال ۲۰۱۳ رویکرد تابع مولد را برای یک ربات دوپای غیرمقید به تولید گام بهینه اعمال کرده و همچنین یک کنترل‌کنندهٔ PD برای کاهش خطای مدل‌سازی طراحی کرده‌است. در راه‌رفتن، حرکت مرکز جرم انسان شبیه پاندول معکوس است. فاز دوتکیه‌گاهی به‌عنوان انتقال از یک پاندول معکوس به دیگری به‌نظر می‌رسد. باوور و همکاران [7] در سال ۲۰۱۴ به بهینه‌سازی راندمان انرژی راه‌رفتن ربات دوپا بااستفاده از جفت اتصال کشسان به‌شکل فنرهای مکانیکی پرداخته‌اند. آنها یک روش در این مقاله ارائه داده‌اند که در یک محدودهٔ سرعت از ۰/۳ تا ۲/۳ متر بر ثانیه بااستفاده از کوپلینگ‌های کشسان، بازدهی انرژی راه‌رفتن ربات دوپا را بهینه می‌کند. تاتسویا و توموهیکو [8] در سال ۲۰۱۵ یک روش منحصربه‌فرد ایجاد گام را برمبنای تکنیک بهینه‌سازی غیرخطی و مکانیک گسسته برای ربات دوپای پرگاری روی زمین ناهموار معمولی توسعه داده‌اند. آنها در ابتدا مدل‌هایی از ربات دو پای پرگاری پیوسته و گسستهٔ زمانی را استنتاج کرده و بعد از تولید گام گسسته روی یک زمین ناهموار یک کنترل بهینهٔ غیرخطی با ابعاد متناهی فرمول‌بندی کرده‌اند و یک روش حل برای آن با برنامه‌نویسی درجهٔ دوم متوالی بیان کرده‌اند. سپس یک روش انتقال از یک ورودی گسستهٔ زمانی به پیوستهٔ زمانی را نشان داده‌اند و درنهایت روش خود را برای تولید گام‌های پایدار ربات گام پرگاری زمان–پیوسته روی زمین‌های ناهموار مختلف اثبات کرده‌اند.

به‌منظور ساخت رباتی که به‌لحاظ بازدهی انرژی و

چالاکی در سطحی قابل‌قیاس با انسان باشد نیازمند فهم بهتری از راه‌رفتن انسان هستیم. برای این هدف، مدل‌های متنوعی از راه‌رفتن انسان مطرح شده‌است و نشان داده شده‌است که مدل آونگ وارون فنری (SLIP) غیرفعال می‌تواند حرکت انسان را روی زمین صاف مدل کند [1]. رامل و همکاران [2] در سال ۲۰۱۰ مبنای کار خود را ربات دوپای مدل جرم و فنر قرار دادند. این مدل حرکت لگن، فازهای تک و دوتکیه‌گاهی و نیروی عکس‌العمل زمین مشاهده‌شده در انسان را به‌درستی نشان می‌دهد. هدف آنها از این مطالعه تشخیص پارامترهایی از پا بود که به مصالحه‌ای بین مقاومت و بازدهی انرژی در راه‌رفتن منجر شود. به‌علاوه، این مدل گام‌های متفاوت دیگری را نیز مجسم می‌کند که در اندازهٔ حرکت لگن، سرعت و پایداری متفاوت‌اند. آنها پارامترهایی نظیر زاویهٔ حملهٔ پا و ضریب فنریت پاها را مورد بررسی قرار دادند که درنتیجه مشخص شد گام متقارن با زاویهٔ حملهٔ هموارتر برای مصالحهٔ بین مقاومت گام و بازدهی انرژی سازگارتر است. در مطالعهٔ بیشتر این مدل نشان داده شده‌است که سفتی پاها اثر مستقیم در قوی‌بودن گام راه‌رفتن دارد، همچنین استفاده از پایی که قابلیت سازگاری با محیط‌های مختلف را دارد ترجیح داده می‌شود. وایزر و همکاران [3] در سال ۲۰۱۳ یک مدل هیبرید برای یک راه‌روندهٔ دو پا با سفتی پای متغیر کنترل‌شده و یک استراتژی کنترل برای کنترل گام پایدار مطرح کرده‌اند. مرجع کنترل یک گام غیرفعال از یک ربات دوپای مدل SLIP قالب محدود با پاهای بدون عضله، تضمین می‌کند که گام نزدیک به گام غیرفعال ایده‌آل است و بنابراین برای بازدهی انرژی به‌نتیجه می‌رسد. تأثیرگذاری کنترلر با نتایج شبیه‌سازی عددی نشان داده شده‌است. طبق نتایج هزینهٔ انتقال تئوری محاسبه‌شده نشان می‌دهد که استراتژی کنترل به‌لحاظ انرژی پربازده است.

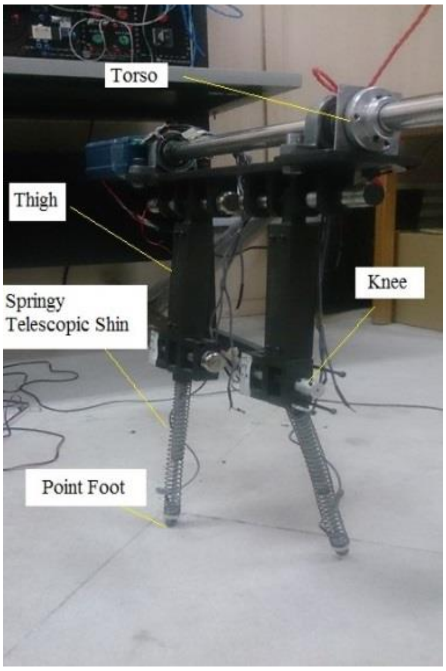
مصرف انرژی از موضوعات مهمی است که باید در راه‌رفتن ربات دوپا درنظر گرفته شود. مسئلهٔ تولید گام ربات با درنظر گرفتن انرژی معمولاً به یک مسئلهٔ بهینه‌سازی استاندارد فرمولیزه می‌شود. چندین روش که با اقبال پژوهشگران همراه بوده برای حل این مسئله وجود دارد؛ به‌عنوان مثال روش شوتینگ [9] و روش بهینه‌سازی پارامتری [10]. سرینیواسان و همکاران [12] در سال ۲۰۰۶ در پژوهشی از یک مدل کوچک که قادر است راه‌رفتن و دویدن را با تنوع نامحدود از دیگر گام‌ها تشریح کند، استفاده کرده‌اند. آنها همچنین برای یافتن گامی که واقعا به‌طور بالقوه برای این مدل بهینه است، از بهینه‌سازی کامپیوتری استفاده کرده‌اند. درنهایت بهینه‌سازی آنها برای سرعت کم، راه‌رفتن پاندول معکوس کلاسیک، در سرعت‌های بالا دویدن جهشی، حتی بدون فنر و در سرعت‌های میان این حالت‌ها یک نوع دویدن پاندولی که شامل راه‌رفتن و دویدن است را به‌عنوان حالت بهینه نشان می‌دهد. مدل‌های بهینه‌سازی ساده نشان می‌دهند که حرکت دوپا ممکن است به‌صورت گسترده‌ای با کار انجام‌شده توسط پاها مدیریت شود و کمینه کردن کار به‌طور خودکار گام‌های راه‌رفتن و دویدن را آشکار کند. چن و همکاران [11] در سال ۲۰۱۵ میلادی یک روش تولید گام بهینهٔ ورودی مقید را با تابع مولد توسعه داده‌اند. ابتدا رویکرد تابع مولد را با معرفی کردن مسئلهٔ افزوده به مسئلهٔ کنترل بهینهٔ مقید توسعه داده‌اند و آن را با موفقیت روی ربات راه‌روندهٔ دوپای پرگاری با گشتاور مقید اعمال کرده‌اند. این روش ربات را قادر می‌سازد که در زمان واقعی راه‌روندهٔ پربازده‌تری باشد و کاربردهای بیشتری را در محیط‌های پیچیده برایش فراهم می‌کند. کمینه‌کردن کار می‌تواند جنبه‌های وسیعی از نیروهای واکنش زمین را بازتولید کند؛ مانند پروفیل دوقله‌ای برای راه‌رفتن و تک‌قله‌ای برای دویدن، اما پیک‌های پیش‌بینی‌شده درمقایسه با نیروهای ایجادشدهٔ خیلی هموارتر انسان، به‌طور غیرواقعی بزرگ و ضربه‌ای هستند. همواری ممکن است با افزایش

هزینهٔ کار انجام‌شده توسط پاها همراه باشد. رکبانی و همکارش [13] در سال ۲۰۱۲ یک رویکرد جدید را که امکان تولید گام یک ربات دوپای ساده را می‌دهد، تشریح کرده‌اند. این رویکرد یک مدل‌سازی دینامیک کلاسیک را با یک حل‌کنندهٔ سینماتیک معکوس برمبنای بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) مخلوط می‌کند. ابتدا یک پاندول معکوس (IP) برای به‌دست‌آوردن مدل دینامیکی ساده از ربات و برای محاسبهٔ محل موقعیت هدف نقاط کلیدی در حرکت ربات استفاده شده‌است. ربولا و همکاران [14] در سال ۲۰۱۳ یک هزینهٔ نیروی تعمیم‌یافته را آزمایش کرده‌اند که اندازهٔ نیرو و مشتق مرتبهٔ n ام آن را با توان ρ جریمه می‌کند. مدل ساده نشان می‌دهد که این هزینهٔ نیروی تعمیم‌یافته در ترکیب با یک هزینهٔ کار، نیروهای هموارتر و شبیه‌انسان تولید می‌کند.

مدل‌های راه‌رفتن چندجسمی با پیچیدگی بالاتر پتانسیل حصول سینماتیک مفاصل و فعالیت‌های کل بدن را دارند، درنتیجه به‌طور هم‌زمان اطلاعات بیشتری نسبت به مدل‌های ساده‌تر با هزینهٔ محاسباتی بیشتری نسبت به مدل‌های ساده‌تر ارائه می‌دهند. شیمیو و همکاران [17] در سال ۲۰۱۳ برای یک مدل با سه جرم بااستفاده از کنترل پیش‌بین یک الگوی راه‌رفتن ایجاد کرده‌اند. استفاده از کنترل پیش‌بین برای تولید الگوهای راه‌رفتن بسیار مفید است. بااستفاده از این روش خطاهای مدل‌سازی که به‌خاطر استفاده از یک مدل ساده رخ می‌دهند می‌توانند جبران شوند. بااستفاده از روش مطرح‌شده خطاهای مدل می‌توانند بدون استفاده دوباره از کنترل پیش‌بین کاهش پیدا کنند؛ این یعنی تولید مسیرها می‌تواند فوراً انجام شود. در این پروژه برای ارزیابی روش مطرح‌شده، از مثال‌های عددی و نتایج آزمایشگاهی استفاده شده‌است. مارتین و همکاران [18] در سال ۲۰۱٤ به بررسی مدل‌های چهاررابطی و شش‌رابطی با زانو و کف پای صلب مدور پرداخته‌اند. آنها گام‌های پایدار راه‌رفتن را برای هر دو مدل با رویکرد کنترلی برمبنای «دینامیک صفر هیبرید» تولید کردند. برای برقرار کردن یک رویه برای تشخیص این‌که تا چه حد مدل می‌تواند راه‌رفتن معمولی انسان را تقریب بزند، گام‌ها برای تطبیق با داده‌های آزمایشی راه‌رفتن انسان، از سرعت خیلی کم تا خیلی زیاد، بهینه شده‌اند. مدل شش رابطی با طول گام، سرعت و توان متوسط آزمایشگاهی به‌خوبی منطبق می‌شد درحالی‌که مدل چهار رابطی نمی‌توانست منطبق شود و بنابراین به اهمیت و ضرورت وجود قوزک پا در انسان تأکید شده‌است. بنی و همکارش [19] در سال ۲۰۱۵ به مطالعهٔ دینامیک هیبریدی راه‌رفتن ربات تحت انتقالی به‌صورت چسبیدن و لیزخوردن پرداخته‌اند. آنها برروی دو مدل سادهٔ صفحه‌ای با پاهای نقطه‌ای کار کرده‌اند. یکی از مدل‌های آنها چرخ بدون حلقه و دیگری دوپای پرگاری است. همچنین موردی را که در آن اصطکاک ناکافی است و پا لیز می‌خورد بررسی کرده‌اند. شبیه‌سازی راه‌رفتن غیرفعال، شروع حل‌های متناوب شامل انتقال چسبنده- لغزنده را آشکار می‌کند. درمورد ربات دوپای پرگاری با عملگرهای گشتاور مفاصل کنترل شده نشان داده‌اند که چگونه می‌توان مسیرهای سینماتیک راه‌رفتن غیرفعال را برای تحریک و پایداری گام‌های با تماس لغزنده استخراج کرد.

نوآوری و هدف این پژوهش ارائهٔ مدل‌های واقعی و قابل پیاده‌سازی عملی برای مدل‌های نظری آونگ وارون فنری و گام پرگاری بررسی کارایی آنها است. به این منظور ربات تارمر (TARMER: Tabriz Running Mechatronical Robot) که در دانشگاه تبریز ساخته شده‌است مورد مدل‌سازی دینامیکی قرار می‌گیرد و گام‌های بهینه برای آن طرح‌ریزی می‌شود (شکل ۱). این ربات دارای پاهای زانودار و ساق پای فنری است که زانوها در موقعیت مستقیم و فنرها قابلیت قفل‌شدن دارند. مدل راه‌رفتن این ربات نسبت به مدل‌های نظری دارای درجات آزادی و زیرفازهای

بیشتری خواهد بود.



شکل ۱ ربات دوپای تارمر ساخته‌شده در دانشگاه تبریز

مدل ربات با پای تلسکوپی فنری

اولین مدل درنظر گرفته‌شده برای ربات دوپا در این پژوهش مدل ربات با پای تلسکوپی فنری می‌باشد که دینامیک راه‌رفتن آن برمبنای مدل آونگ وارون فنری می‌باشد. هر کدام از لینک‌های ران و ساق یک میله دارای جرم و ممان اینرسی با مرکز جرم مشخص می‌باشند. جرم تنه نیز به‌صورت یک جرم متمرکز در مفصل لگن درنظر گرفته می‌شود. گام راه‌رفتن متشکل از فاز تک‌تکیه‌گاهی، رخداد برخورد، فاز دوتکیه‌گاهی و رخداد کنده‌شدن می‌باشد. مکانیزم راه‌رفتن این مدل به این صورت است که هنگام طی فاز تک‌تکیه‌گاهی پای تکیه‌گاهی به‌صورت تلسکوپی فنری روی زمین قرار دارد و پای آونگی ابتدا دارای زانو است. پس از عبور آن از پای تکیه‌گاهی هنگامی‌که ساق آن در امتداد ران قرار می‌گیرد بااستفاده از یک قفل‌کنندهٔ مکانیکی، زاویهٔ پای آونگی قفل می‌شود و متعاقباً ورودی موتور زانوی آن صفر می‌شود. وقتی پا به زمین برخورد کرد، فاز دوتکیه‌گاهی شروع می‌شود و تا شروع دوباره فاز تک‌تکیه‌گاهی بعدی زانوها همچنان قفل هستند. این کاهش متغیر، باعث کاهش درجات آزادی و تعداد ورودی‌ها می‌شود.

فاز تک‌تکیه‌گاهی. مطابق توضیحات فوق، فاز تک‌تکیه‌گاهی دارای دو زیرفاز یکی قبل از قفل‌شدن زانوی پای آونگی و دیگری بعد از آن می‌باشد.

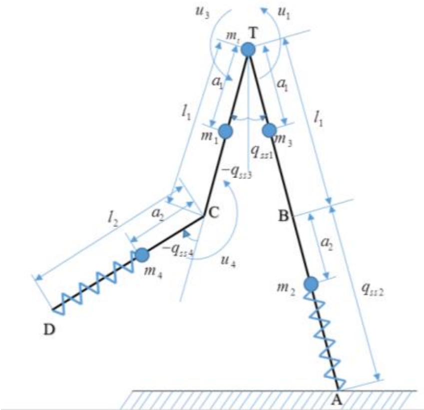
زیرفاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی زانودار. در فاز تک‌تکیه‌گاهی نقطهٔ A به زمین لولا شده‌است و قبل از قفل‌شدن زانوی پای آونگی، ربات دارای چهار درجه آزادی است. مؤلفه‌های مختصات تعمیم‌یافته این فاز $[\mathbf{q}_{ss}]_{4\times1}$ را مطابق شکل (۲) درنظر می‌گیریم که مؤلفه‌های آن عبارت‌اند از زاویهٔ ران BT، طول ساق AB، زاویهٔ ران CT و زاویهٔ ساق CD. موقعیت مراکز جرم لینک‌ها و تنه برحسب مختصات تعمیم‌یافته نوشته می‌شود و سرعت خطی مرکز جرم هر لینک به‌صورت $\sqrt{\dot{x}_G^2+\dot{y}_G^2}$ می‌باشد که زیرنویس G نشان دهنده مرکز جرم می‌باشد. سرعت زاویه‌ای لینک‌ها نیز برحسب مشتق زمانی مؤلفه‌های مختصات تعمیم‌یافته به‌صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\omega_1=\dot{q}_1\ ,\ \omega_3=\dot{q}_3 \qquad (۱)$$

$$\omega_2=\dot{q}_1\ ,\ \omega_4=\dot{q}_3+\dot{q}_4\ ,\ \omega_T=0 \qquad (۲)$$

که در آن زیرنویس T نشان‌دهندهٔ تنه می‌باشد. فرض بر این است که بدنهٔ ربات به‌لحاظ چرخش مقید شده‌است، بنابراین سرعت زاویه‌ای آن صفر است.

برای نوشتن معادلهٔ لاگرانژ به‌منظور استخراج معادلات حرکت ربات، انرژی‌های جنبشی و پتانسیل کل سیستم را بااستفاده از موقعیت و سرعت خطی و زاویه‌ای لینک‌ها برحسب مختصات تعمیم‌یافته محاسبه می‌کنیم.



شکل ۲ فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات با پای تلسکوپی فنری با پای آونگی زانودار

$$T = \frac{1}{2}\sum_i \left(m_i {v_i}^2 + I_i {\omega_i}^2\right) \qquad (۳)$$

$$V = \sum_i \left(m_i g h_i + \frac{1}{2} k x^2\right) \qquad (٤)$$

که در آن v سرعت مرکز جرم لینک (m/s)، ω سرعت زاویه‌ای عضو (rad/s)، m و I به‌ترتیب جرم و ممان اینرسی عضو موردنظر برحسب kg و $kg.m^2$، h ارتفاع مرکز جرم هر عضو از مبدأ پتانسیل (m)، k ثابت فنر (N/m)، و x تغییر طول فنر نسبت به طول آزاد (m) است. باید توجه داشت که فنر پای تکیه‌گاهی دارای طول آزاد می‌باشد و انرژی پتانسیل کشسانی ندارد. تابع لاگرانژین براساس انرژی‌های جنبشی و پتانسیل به‌صورت $L = T - V$ می‌باشد. از این عبارت برای تشکیل معادلهٔ لاگرانژ استفاده می‌شود.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i\ ,\ \ i = 1,2,3,4 \qquad (٥)$$

که q_i مؤلفهٔ i ام مختصات تعمیم‌یافته است و با فرض این‌که اصطکاک در مفاصل قابل چشم‌پوشی است نیروهای تعمیم‌یافتهٔ Q_i بااستفاده از کار مجازی به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} &\delta w_i = \sum Q_i \delta q_i \\ &Q_1 = u_1, Q_2 = 0, Q_3 = u_2, Q_4 = u_3 \end{aligned} \qquad (٦)$$

پس از جاگذاری و حل معادلهٔ (٥) مدل دینامیکی به‌صورت کلی زیر به‌دست می‌آید.

$$[D_{ss}(q_{ss})]_{n\times n}[\ddot{q}_{ss}]_{n\times 1} + [C_{ss}(q_{ss},\dot{q}_{ss})]_{n\times 1} = [B_{ss}]_{n\times m}[u_{ss}]_{m\times 1} \qquad (۷)$$

در معادلهٔ فوق $\mathbf{D_{ss}(q_{ss})}$ ماتریس اینرسی است و $\mathbf{C_{ss}(q_{ss}.\dot{q}_{ss})}$ اثرات کوریولیس، گرانش و کشسان را شامل می‌شود. n تعداد درجات آزادی و m تعداد ورودی‌های کنترلی است که در این فاز $n = 4$ و $m = 3$ هستند. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به‌صورت $\mathbf{u_{ss}} = [u_1, u_3, u_4]^T$ است و ماتریس $\mathbf{B_{ss}}$ که از (٦) نتیجه می‌شود به‌صورت زیر است:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۸)$$

بردار حالت به‌صورت $x_{ss} = [q_{ss}, \dot{q}_{ss}]^T$ تعریف می‌شود. در اینجا چهار معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ دوم حاصل از (۷) به‌صورت هشت معادلهٔ دیفرانسیل مرتبه اول نوشته می‌شود که معادلات حالت را تشکیل می‌دهند.

$$\dot{x}_{ss} = f_{ss}(x_{ss}) + g_{ss}(x_{ss})u \qquad (۹)$$

که در آن،

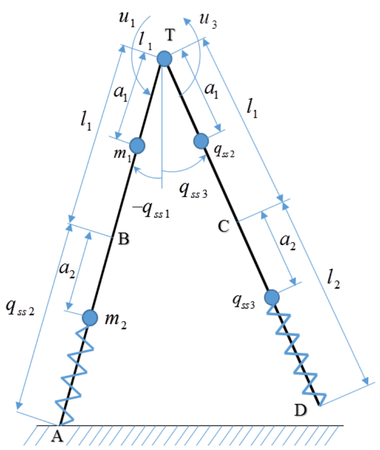
$$\begin{aligned} f_{ss}(x_{ss}) &= \begin{bmatrix} \dot{q}_{ss}(x_{ss}) \\ -{D_{ss}}^{-1}(x_{ss}).C_{ss}(x_{ss}) \end{bmatrix} \\ g_{ss}(x_{ss}) &= \begin{bmatrix} 0_{n\times m} \\ {D_{ss}}^{-1}(x_{ss}).B_{ss} \end{bmatrix} \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

حل این معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ اول با دستور **ode** متلب انجام می‌شود.

زیرفاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی بدون زانو. پس از آنکه پای آونگی زانودار حرکت می‌کند و پای تکیه‌گاهی را رد می‌کند ساق پا هم‌راستای ران می‌شود و با یک درجه آزادی کمتر حرکت می‌کند تا به زمین برخورد کند. در این حالت مطابق شکل (۳) ربات دارای سه درجه آزادی و دو ورودی کنترلی $u_{ss} = [u_1, u_3]^T$ می‌باشد. فنر پای اونگی نیز دارای طول آزاد می‌باشد. انرژی‌های جنبشی و پتانسیل بااستفاده از (۳) نوشته می‌شود و بااستفاده از معادلهٔ لاگرانژ معادلات حرکت این زیرفاز به‌صورت معادلهٔ (۷) استخراج می‌شود که در آن $n = 3$ و $m = 2$ هستند. ماتریس B_{ss} نیز بااستفاده از کار مجازی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۱۱)$$

معادلهٔ حالت این زیرفاز نیز به فرم معادلهٔ (۹) استخراج می‌شود.



شکل ۳ فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات با پای تلسکوپی فنری و پای آونگی بدون زانو

فاز دوتکیه‌گاهی. مدل ربات با پای تلسکوپی فنری در فاز دوتکیه‌گاهی دارای دو درجه آزادی است که پای مبنا با فرض مبدأ مختصات برروی کف پای نقطه‌ای همان پای تکیه‌گاهی در فاز تک‌تکیه‌گاهی است. در این شرایط حرکت پای جلو که به زمین لولا شده‌است وابسته به حرکت پای عقب یا پای مبنا است. بنابراین می‌توان ربات را با درنظر گرفتن مختصات تعمیم‌یافته برروی ران و ساق پای مبنا با دو درجه آزادی مدل‌سازی کرد. به‌جای استفاده از معادلات فاز تک‌تکیه‌گاهی با چهار درجه آزادی و دو معادلهٔ قید، به‌منظور سهولت استخراج معادلات حرکت و جلوگیری از محاسبات پیچیده از مدل دو درجه آزادی استفاده می‌شود. مختصات تعمیم‌یافتهٔ فاز دوتکیه‌گاهی و زوایای پای جلو به‌صورت نشان داده‌شده در شکل (٤) درنظر گرفته می‌شود. طول گام a نامیده می‌شود که فاصلهٔ پاها روی زمین در فاز دوتکیه‌گاهی است. این فاصله بااستفاده از شرایط انتهایی فاز تک‌تکیه‌گاهی معلوم است. فرض بر این است که تغییر طول فنر اثر بسیار کوچکی روی تغییر محل مرکز جرم لینک‌های دارای فنر بگذارد و از این اثر چشم‌پوشی می‌شود.

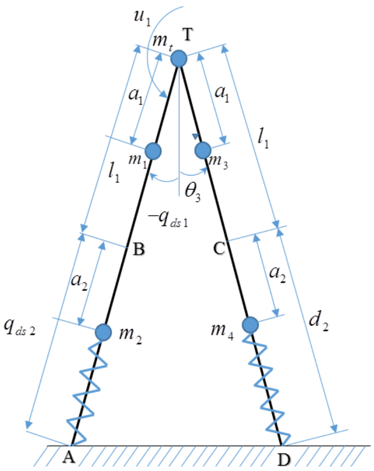
اگر مبدأ مختصات در نقطهٔ A در شکل (٤) درنظر گرفته‌شود مقادیر x_T و y_T برحسب مختصات تعمیم‌یافته $[\mathbf{q}_{ds}]_{2\times1}$ نوشته می‌شوند. برای محاسبهٔ زاویهٔ θ_3 و طول d_2 ساق پای جلو که وابسته به مختصات تعمیم‌یافته می‌باشد از مثلث تشکیل‌شده توسط پای جلو و زمین استفاده می‌شود. بدین ترتیب متغیرهای وابسته به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند.

$$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{a-(q_2+l_1)\sin(-q_1)}{(q_2+l_1)\cos(-q_1)}\right) \qquad (۱۲)$$

$$d_2 = \sqrt{\left((q_2+l_1)\cos(-q_1)\right)^2 + \left(a-(q_2+l_1)\sin(-q_1)\right)^2} - l_1 \qquad (۱۳)$$

با داشتن مقادیر این متغیرها برحسب مختصات تعمیم‌یافتهٔ q_{ds1} و q_{ds2} معادلهٔ انرژی جنبشی و پتانسیل برحسب مختصات تعمیم‌یافته نوشته می‌شود و مدل دینامیکی سیستم دو درجه آزادی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید که در آن $n = 2$ و $m = 1$ است و $B_{ds} = [1 \quad 0]^T$.

$$[D_{ds}(q_{ds})]_{n\times n}[\ddot{q}_{ds}]_{n\times 1}+[C_{ds}(q_{ds},\dot{q}_{ds})]_{n\times 1} = [B_{ds}]_{n\times m}[u_{ds}]_{m\times 1} \qquad (۱٤)$$



شکل ٤ فاز دوتکیه‌گاهی ربات با پای تلسکوپی فنری

رخداد برخورد. معادلهٔ برخورد بااستفاده از معادلهٔ ضربهٔ لاگرانژ به‌صورت زیر است:

$$D_{sswk}(q_{sswk}).(\dot{q}_{sswk}^{\;+}-\dot{q}_{sswk}^{\;-})=\hat{Q} \qquad (۱٥)$$

که در آن D_{sswk} ماتریس اینرسی تک‌تکیه‌گاهی بدون زانو است که از مدل دینامیکی به‌دست می‌آید. برای یافتن ضربهٔ تعمیم‌یافته $\hat{Q}$ از قانون کار مجازی استفاده می‌شود. نیروی ضربه‌ای $\hat{F}$ در نقطهٔ D که به زمین برخورد می‌کند وارد می‌شود که کار مجازی ناشی از آن به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}\delta w &= \hat{F}_x.\delta x_D+\hat{F}_y.\delta y_D \\ &= \sum_{i=1}^{4}(\hat{F}_x\frac{\partial x_D}{\partial q_i}+\hat{F}_y\frac{\partial y_D}{\partial q_i})\delta q_i \\ &= \sum_{i=1}^{4}\hat{Q}_i\delta q_i\end{aligned} \qquad (۱٦)$$

همچنین در نقطهٔ A در این لحظه از زمین نیروی ضربه‌ای به ربات وارد می‌شود که به‌دلیل صفر بودن جابه‌جایی این نقطه با فرض اتصال لولایی آن به زمین کار مجازی آن صفر می‌شود.

چون ضربهٔ غیرالاستیک درنظر گرفته شده‌است سرعت‌ها به‌صورت آنی تغییر می‌یابند درحالی‌که زوایا همان لحظه تغییر نمی‌کنند و از آنجا که در مختصات درنظر گرفته‌شده پیکربندی ربات برای حالت دوتکیه‌گاهی تغییر می‌کند برخی مختصات هنگام برخورد پا به زمین تغییر می‌کند. این مختصات در لحظات قبل و بعد از برخورد پا به زمین به‌صورت زیر به‌هم تبدیل می‌شوند.

$$\begin{bmatrix} q_{ds1}^{+} \\ q_{ds2}^{+} \\ \theta_3^{+} \\ d_2^{+}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} q_{sswk\,1}^{-} \\ q_{sswk\,2}^{-} \\ q_{sswk\,3}^{-} \\ l_2\end{bmatrix} \qquad (۱۷)$$

همچنین معادلهٔ قید موقعیت در لحظهٔ پس از برخورد به‌صورت زیر وجود دارد:

$$\theta_3^{+}=f_1(q_{ds}^{+}) \qquad (۱۸)$$

که در عبارت فوق تابع $f_1(q_{ds}^{+})$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$f_1(q_{ds}^{+}) = \tan^{-1}\left(\frac{a-l_1.\sin(-q_{ds1}^{+})-q_{ds2}^{+}.\sin(-q_{ds1}^{+})}{l_1.\cos(-q_{ds1}^{+})+q_{ds2}^{+}.\cos(q_{ds1}^{+})}\right) \qquad (۱۹)$$

سرعت‌های لینک‌ها بعد از برخورد که جزء مجهولات مسئله هستند به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{ds1}^{+} \\ \dot{q}_{ds2}^{+} \\ \dot{\theta}_3^{+} \\ \dot{d}_2^{+}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dot{q}_{sswk\,1}^{+} \\ \dot{q}_{sswk\,2}^{+} \\ \dot{q}_{sswk\,3}^{+} \\ \dot{q}_{sswk\,4}^{+}\end{bmatrix} \qquad (۲۰)$$

همچنین دو معادلهٔ قید سرعت در لحظهٔ پس از برخورد به‌صورت زیر وجود دارد:

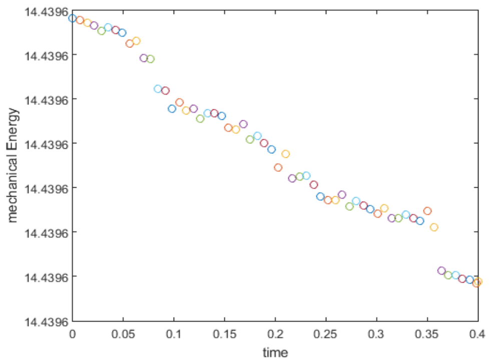
$$\dot{\theta}_3^+ = f_2(q_{sswk}^+, \dot{q}_{sswk}^+)$$
$$\dot{d}_2^+ = g_2(q_{sswk}^+, \dot{q}_{sswk}^+) \qquad (۲۱)$$

که در عبارات فوق f_2 و g_2 توابعی برحسب q_{sswk}^+ و $\dot{q}_{sswk}^+$ هستد.

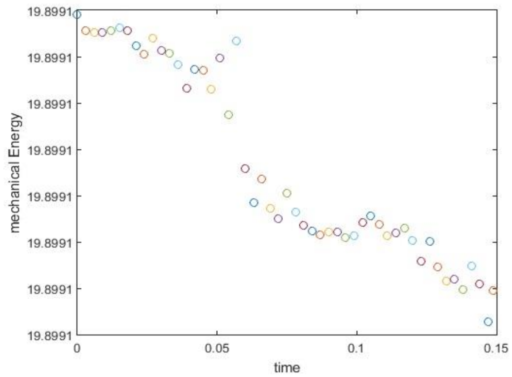
معادلات (۱۵)، ۲۰ و ۲۱) دربرگیرندهٔ نه معادله و نه مجهول است که مجهولات عبارتند از: $\dot{q}_{sswk1}^+$، $\dot{q}_{sswk2}^+$، $\dot{q}_{sswk3}^+$، $\dot{q}_{sswk4}^+$، $\dot{q}_{ds1}^+$، $\dot{q}_{ds2}^+$، $\dot{d}_2^+$، $\hat{F}$، $\dot{\theta}_3^+$. از حل عددی این نه معادله بااستفاده از نرم‌افزار MATLAB، مجهولات برای استفاده در فاز بعد به‌دست می‌آیند. به‌منظور صحه‌گذاری معادلات برخورد می‌توان یک بار دیگر مدل برخورد را بااستفاده از پایستاری تکانهٔ خطی و زاویه‌ای لینک‌ها در جهت‌های به‌خصوص حین برخورد به‌دست آورد.

بررسی صحت معادلات استخراج‌شده. روشی که در این مرحله برای صحه‌گذاری معادلات دینامیکی به‌کار رفته‌است محاسبهٔ انرژی مکانیکی کل سیستم با ورودی کنترلی صفر است. درحالتی‌که ورودی به سیستم نداشته باشیم و با صرف‌نظر از نیروهای اصطکاکی درصورتی‌که تغییرات انرژی مکانیکی کل سیستم صفر نشود به این معنی است که معادلات استخراج‌شده غلط هستند ولی پایستارشدن انرژی مکانیکی می‌تواند تأییدی بر صحت معادلات استخراج‌شده باشد. مطابق شکل (۵) مشاهده می‌شود این تغییرات در هر دو فاز بسیار ناچیز هستند که آن هم به‌دلیل وجود خطای گرد کردن در محاسبات عددی است.

مدل گام راه‌رفتن. مدل دینامیکی راه‌رفتن ربات دوپا مطابق شکل (٦) شامل حل متوالی معادلات دینامیکی فوق است که از شرایط انتهای هر فاز شرایط اولیهٔ فاز بعدی به‌دست می‌آید.

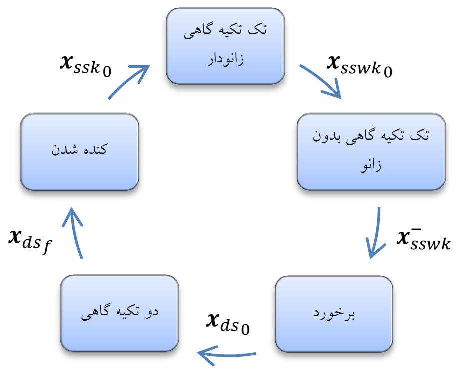


(الف)



(ب)

شکل ۵ انرژی مکانیکی کل سیستم ربات دوپای تلسکوپی فنری با ورودی صفر؛ (الف) در فاز تک‌تکیه‌گاهی، (ب) در فاز دوتکیه‌گاهی



شکل ٦ نمودار تبادل متغیرها بین فازهای راه‌رفتن

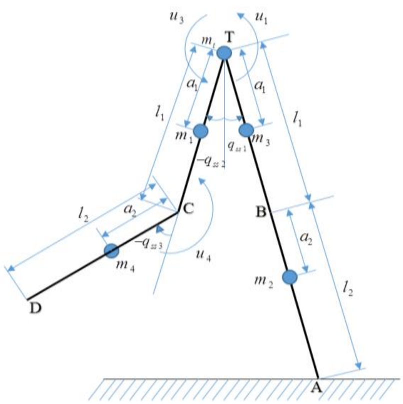
مدل ربات دوپای گام پرگاری زانودار

مدل ربات دوپای گام پرگاری برای ربات واقعی از لینک‌های صلب بدون فنر تشکیل شده‌است اما تفاوت

آن با مدل نظری این است که باید در مدل واقعی برای رد شدن و عدم سایش پای آونگی به زمین راه‌حلی اندیشیده شود. بنابراین تعداد درجات آزادی و زیرفازهای این مدل با مدل نظری متفاوت خواهد بود.

فاز تک‌تکیه‌گاهی. مشابه مدل قبلی، در فاز تکیه‌گاهی مدل ربات گام پرگاری نیز لازم است به‌منظور عدم سایش به زمین، زانوی پای آونگی خم شود و پس از رد شدن از پای تکیه‌گاهی دوباره صاف شود. بنابراین فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات به دو زیرفاز، یکی قبل از صاف شدن کامل زانوی پای آونگی و دیگری بعد از آن، تقسیم می‌شود که هر کدام مدل دینامیکی متفاوتی دارد.

زیرفاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی زانودار. برای مدل‌سازی این فاز مختصات تعمیم‌یافتهٔ ربات مطابق شکل (۷) انتخاب می‌شود. ربات در این زیرفاز دارای سه درجه آزادی و سه محرکه است. موقعیت مراکز جرم لینک‌ها را برحسب مختصات تعمیم‌یافته نوشته می‌شود و سپس عبارت انرژی‌های جنبشی و پتانسیل و تابع لاگرانژین تشکیل می‌شود.



شکل ۷ فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات گام پرگاری با پای آونگی زانودار

پس از نوشتن و جاگذاری انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در معادلهٔ لاگرانژ، مدل دینامیکی فاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی زانودار به‌صورت معادلهٔ (۷) با $n = 3$ و $m = 3$ به‌دست می‌آید. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به‌صورت $u_{ss} = [u_1, u_3, u_4]^T$ است و با فرض این‌که اصطکاک در مفاصل قابل چشم‌پوشی است ماتریس B_{ss} بااستفاده از کار مجازی به‌صورت زیر است:

$$B_{ss} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۲۲)$$

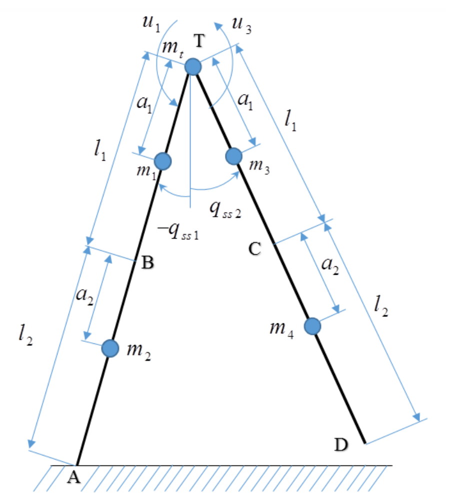
بردار حالت به‌صورت $x_{ss} = [q_{ss}. \dot{q}_{ss}]^T$ تعریف می‌شود. معادلات حالت به‌صورت (۹) نوشته می‌شود که شش معادلهٔ دیفرانسیل مرتبهٔ اول را تشکیل می‌دهند. حل این معادلات دیفرانسیل مرتبهٔ اول با دستور ode45 متلب انجام می‌شود.

فاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی بدون زانو. هنگامی‌که پای زانودار حرکت می‌کند و به جلوی پای تکیه‌گاهی می‌رسد، ساق پا هم‌راستای ران می‌شود و پس از طی یک زمان محدود به زمین برخورد می‌کند. پیکربندی جدید این ربات به‌صورت نشان داده‌شده در شکل (۸) است. در این زیر فاز ربات دارای دو درجه آزادی و دو محرکه است. گشتاور u_1 و u_3 به‌ترتیب مربوط به موتور ران پای تکیه‌گاهی و ران پای آونگی می‌باشند.

معادلهٔ لاگرانژ، مدل دینامیکی فاز تک‌تکیه‌گاهی با پای آونگی بدون زانو به‌صورت معادلهٔ (۷) با $n = 2$ و $m = 2$ به‌دست می‌آید. بردار ورودی کنترلی سیستم متشکل از گشتاور موتورها به‌صورت $u_{ss} = [u_1, u_3]^T$ است و ماتریس B_{ss} بااستفاده از کار مجازی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$B_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۲۳)$$

معـادلات حالـت نیـز بـه‌صـورت چهـار معادلـۀ دیفرانسیل مرتبۀ اول به‌شکل (۹) نوشته می‌شود.



شکل ۸ فاز تک‌تکیه‌گاهی ربات گام پرگاری بدون زانو

برخورد. هنگـامی‌کـه پـای آونگـی ربـات در حالـت تک‌تکیه‌گاهی حرکت می‌کند و بـه جلـو مـی‌آیـد و بـا زمین برخورد می‌کنـد و ایـن لحظـه درسـت لحظـه‌ای است که حالت تک‌تکیه‌گاهی به دوتکیـه‌گـاهی تبـدیل می‌شود. هنگام برخورد پای آونگی به زمـین نیروهـایی به کف پای نقطه‌ای ربات وارد می‌شود کـه ایـن باعـث تغییراتی در سرعت‌ها و به‌سبب آن در مومنتوم لینک‌هـا مـی‌شـود. بنـابراین بایـد ایـن تغییـرات ایجـادشـده در سرعت‌ها که بـه متغیرهـای حالـت فـاز بعـدی تبـدیل می‌شود محاسبه شوند و در مدل‌سـازی اعمـال شـوند. اگر زاویۀ بین دوپای ربات را ϕ درنظر گرفته شود کـه جهت آن از پای تکیه‌گاهی به‌سمت پای آونگی است و θ زاویۀ بین خط عمود و پای تکیه‌گاهی باشد، باتوجـه به این‌که المان متغیری نظیـر فنـر در هـیچ‌یـک از پاهـا وجود ندارد، برخورد زمانی اتفاق می‌افتد که رابطۀ زیـر برقرار باشد:

$$\phi(t) - 2\theta(t) = 0 \qquad (۲۴)$$

در برخورد پا در نقطۀ برخـورد ضـربه‌ای بـه پـای آونگی وارد می‌شود. البته در اینجـا بـه‌گونـه‌ای درنظـر گرفته می شود که پای عقـب در لحظـۀ برخـورد پـای جلو به زمین، بدون این‌که برخـوردی بـا زمـین داشـته باشد و ضربه‌ای از ناحیۀ آن به ربات وارد شود زمین را ترک می‌کند. با صرف‌نظر از نیـروهـای غیـرضـربه‌ای واردشونده به پاشـنه در محـل برخـورد پـا بـه زمـین، مومنتوم زاویه‌ای در طول زمان برخورد بـه دو صـورت پایستار است:

۱. برای کل مکانیزم حول نقطۀ برخورد پـای آونگـی با زمین.
۲. برای پای تکیه‌گاهی قبل از برخورد (پـای آونگـی بعد از برخورد) حول نقطۀ لگن.

روابط حاصل از پایسـتاری مومنتـوم زاویـه‌ای بـه رابطـۀ زیـر کـه معادلـۀ جهـش نـام دارد مـی‌انجامـد [20- 22]:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}^{+} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta \\ -2 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta(1-\cos 2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}^{-} \qquad (۲۵)$$

همچنین در نقطۀ A در این لحظه از زمین نیـروی ضربه‌ای به ربات وارد می‌شود که به‌دلیـل صـفر بـودن جابه‌جایی این نقطه با فرض اتصال لولایی آن به زمـین کـار مجازی آن صـفر مـی‌شـود. بـرای صـحه‌گـذاری معادلات برخورد ایـن بخـش نیـز مـی‌تـوان معـادلات برخورد را یک بار دیگر به روش لاگرانـژ مشـابه مـدل ربات با پای تلسکوپی فنری به‌دست آورد.

چون ضربۀ غیرالاستیک درنظر گرفتـه شـده‌اسـت سرعت‌ها به‌صورت آنی تغییر می‌یابند درحالی‌که زوایـا همان لحظه تغییر نمی‌کنند و از آنجا کـه در مختصـات درنظـر گرفتـه‌شـده پیکربنـدی ربـات بـرای حالـت دوتکیه‌گاهی تغییـر مـی‌کنـد برخـی مختصـات هنگـام برخورد پا به زمین تغییر می‌کند.

انرژی مصرفی ربات. انرژی مصرف‌شده برای یک مکانیزم با درنظر گرفتن بازدهی کامل برای موتورها به‌صورت زیر نوشته می‌شود [23].

$$W = \sum_{i=1}^{m} \int_0^{t_{step}} \left| \dot{\theta}_i u_i \right| dt \qquad (۲۶)$$

که در این عبارت m تعداد موتورها، u_i مقادیر گشتاور موتورها، $\dot{\theta}_i$ مقدار سرعت زاویه‌ای موتور مربوط و t_{step} نیز زمان یک قدم راه‌رفتن می‌باشد که شامل فاز تک‌تکیه‌گاهی و دوتکیه‌گاهی می‌شود. هزینهٔ انتقال (COT) با محاسبهٔ انرژی مصرف‌شده به‌ازای واحد وزن و واحد مسافت طی‌شده، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [28].

$$COT = \frac{W_{total}}{m_{total} . g . a} \qquad (۲۷)$$

که در این عبارت m_{total} مجموع جرم اعضای به‌کار رفته در بدنهٔ ربات و a طول قدم ربات است.

طرح‌ریزی گام راه‌رفتن بهینه

شرایط اولیه در چگونگی حرکت ربات تأثیر بسیار زیادی دارد چراکه علاوه‌بر این‌که شروع حل عددی معادلات دیفرانسیل مرحلهٔ اول از این نقاط است و مراحل بعدی نیز متأثر از جواب‌های این مرحله تا آخر می‌باشند. موتورهای مفاصل نیز باید به‌گونه‌ای تنظیم شوند که حرکت صحیح را برطبق وضعیت ربات ایجاد کنند و ربات را برای برداشتن گام یاری دهند.

پارامترها و تابع هدف بهینه‌سازی مکانیزم‌های مختلف ربات. راه‌رفتن بهینهٔ پایا ازجمله اهداف مهم طراحی ربات‌های دوپا است. در این پژوهش دو هدف درنظر گرفته شد که یکی از آنها گشتاور در نقاط میانی با میان‌یابی خطی به دست می‌آید. این بردار به‌عنوان مثال برای مدل ربات گام پرگاری به‌صورت زیر است.

$$\begin{aligned} OP = [&xss_1, xss_2, xss_3, xss_4, \\ &\dot{x}ss_1, \dot{x}ss_2, \dot{x}ss_3, \dot{x}ss_4, \\ &Uss_{11}, Uss_{12}, Uss_{13}, Uss_{14}, \\ &Uss_{21}, Uss_{22}, Uss_{23}, Uss_{24}, \\ &Uss_{31}, Uss_{32}, Uss_{33}, Uss_{34}, \\ &Uds_{11}, Uds_{12}, Uds_{13}, Uds_{14}, \\ &Uds_{21}, Uds_{22}, Uds_{23}, Uds_{24}] \end{aligned} \qquad (۲۸)$$

در این معادله، به‌عنوان مثال عبارت Uss_{13} نشانگر سومین نقطهٔ تابع گشتاور موتور شمارهٔ ۱ در مرحلهٔ تک‌تکیه‌گاهی است. بازهٔ زمانی هر فاز را به تعداد مشخصی (٤ یا ٥) نقطهٔ گسسته تقسیم می‌شود و گشتاور نقاط به‌صورت خطی برحسب زمان به‌هم وصل می‌شوند. اندیس ss نشان‌دهندهٔ فاز تک‌تکیه‌گاهی و ds نیز مرحلهٔ دوتکیه‌گاهی است.

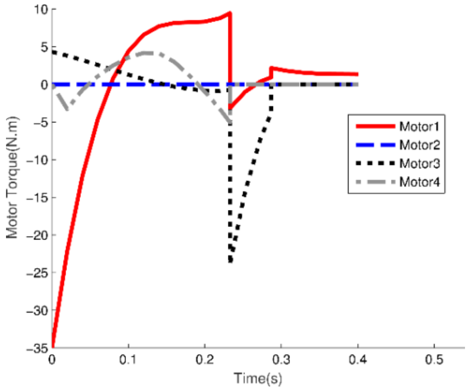
برای طرح‌ریزی گام بهینه یک مسئلهٔ بهینه‌سازی مقید مطابق (۲۹) حل می‌شود که تابع هدف آن هزینهٔ انتقال (COT) با پارامترهای OP است و قید آن صفرشدن خطای بردار حالت فاز تک‌تکیه‌گاهی در ابتدای دو قدم متوالی است. در هر تکرار بهینه‌سازی بااستفاده از پارامترهای OP جاری، معادلات دینامیکی سیستم حل می‌شوند و کار مکانیکی موتورها و خطای حالت دو قدم متوالی پیدا می‌شوند. سپس پارامترها به‌نحوی تغییر داده می‌شوند که مقادیر تابع هدف و قید کمتر شوند. برای بهینه‌سازی از دستور fmincon متلب استفاده می‌شود که برپایهٔ روش نیوتنی است و برای این مسئلهٔ غیرخطی دارای گسستگی، کارایی بهتری نسبت به روش‌هایی نظیر الگوریتم ژنتیک دارا است.

$$\begin{aligned} &\min && COT(OP) \\ &subject\ to && \boldsymbol{x}_{ss0}(1) - \boldsymbol{x}_{ss0}(0) = 0 \end{aligned} \qquad (۲۹)$$

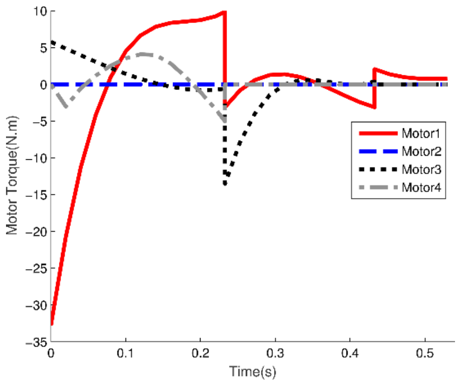
بهینه‌سازی گام راه‌رفتن مدل ربات با پای تلسکوپی فنری. تابع هدف بهینه‌سازی عددی مجموع تابع

مصرف انرژی و توابع جریمه است. مقدار این تابع در بهینه‌سازی روندی نزولی طی می‌کند و به یک گام بهینهٔ متناوب همگرا می‌شود. شکل (۹) چگونگی تغییرات گشتاورها در اولین و ششمین بهینه‌سازی متوالی گام راه‌رفتن ربات دوپای تلسکوپی فنری را نشان می‌دهند. گشتاور موتور چهارم که ساق پای آونگی را حمل می‌کند تغییرات اندکی دارد و گشتاور موتور دوم نیز به‌دلیل قفل‌بودن زانو صفر است. روند گشتاور موتور ران پای تکیه‌گاهی در تک‌تکیه‌گاهی در مرحلهٔ اول از بهینه‌سازی دست‌خوش تغییر نمی‌شود ولی در مرحلهٔ تک‌تکیه‌گاهی زانودار رفته‌رفته زمان افزایش می‌یابد که این برای تنظیم سرعت نوسان فنر برای قرارگیری پا روی زمین است. موتور ران پای آونگی (موتور شمارهٔ ۳) با افزایش زمان مرحلهٔ تک‌تکیه‌گاهی بدون زانو بیشینهٔ گشتاور این موتور مقدار کمی کاهش می‌یابد که این می‌تواند ناشی از فرصت‌یافتن آن برای رساندن پا به محل موردنظر باشد.

نمودار شکل (۱۰) تغییرات خطا، هزینهٔ انتقال ربات و نرخ تغییرات در سرعت خطی را در طول چند مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی نشان می‌دهد. این نمودار نشان می‌دهد که در طول بهینه‌سازی نرخ تغییرات سرعت خطی درجهت محور x ثابت مانده‌است. باتوجه به غیرخطی بودن فازها و ابعاد بالای مدل دینامیکی، بهینه‌سازی در هر مرحله (با حدود ۱۰۰ تکرار) به یک مینیمم محلی همگرا می‌شود. برای حل این مشکل از مراحل بهینه‌سازی متعدد استفاده می‌کنیم که شرایط اولیهٔ هر مرحله از شرایط نهایی بهینه‌سازی قبلی گرفته می‌شود تا زمانی‌که جواب به تلرانس موردنظر برسد. خط‌چین در شکل (۱۰) نشان‌دهندهٔ تغییرات خطا است که با انجام ٦ بار بهینه‌سازی متوالی به صفر میل کرده‌است.

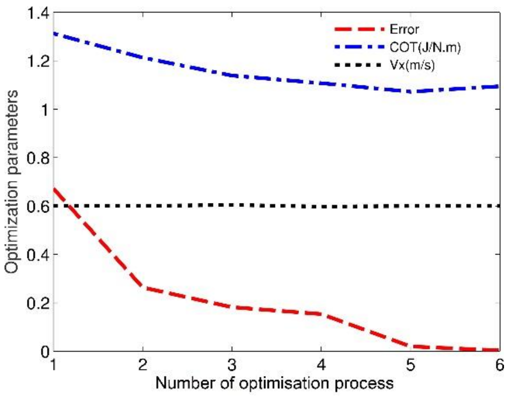


(الف)



(ب)

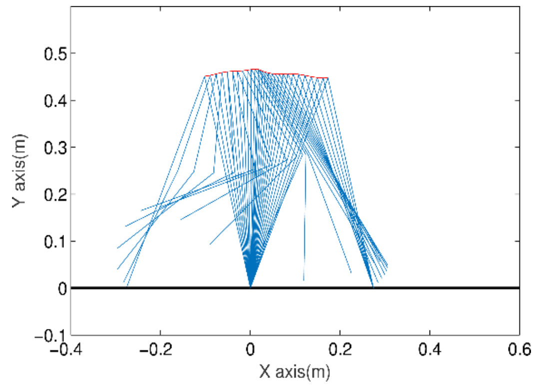
شکل ۹ تغییرات گشتاور موتورها در (الف) اولین و (ب) ششمین مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی ربات تلسکوپی فنردار



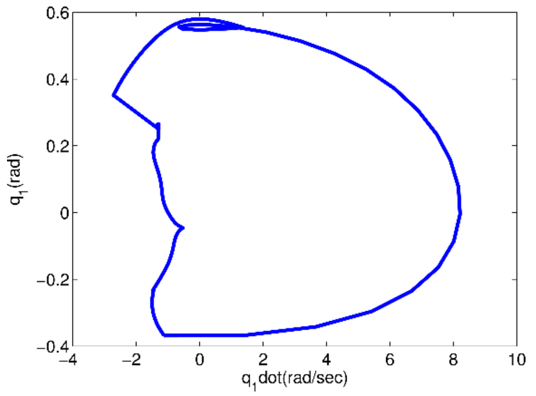
شکل ۱۰ تغییرات خطا، هزینهٔ انتقال و سرعت خطی در شش مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی ربات دوپای تلسکوپی فنردار

نمودار COT (خط نقطه) نیز در حال کاهش است ولی چون پیکربندی ربات تا حالتی‌که بتواند به‌طور متناوب گام بردارد فاصلهٔ زیادی دارد ضریب خطا در تابع خطا بزرگ‌تر از تابع هزینه انتخاب می‌شود. علت

زیاد شدن هزینه در انتهای بهینه‌سازی احتمالاً فشار وارد بر موتورها برای رعایت قیدهای تعیین‌شده توسط توابع جریمه است.



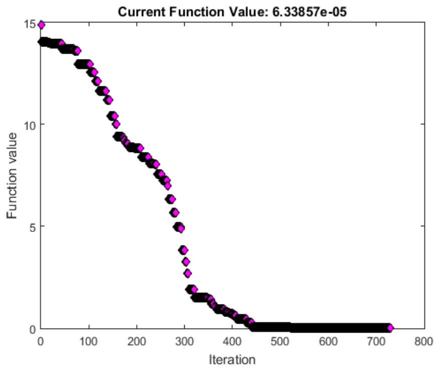
شکل ۱۱ دیاگرام میله‌ای یک گام کامل راه‌رفتن ربات تلسکوپی فنردار



شکل ۱۲ چرخهٔ حدی ران پای مدل ربات تلسکوپی فنری

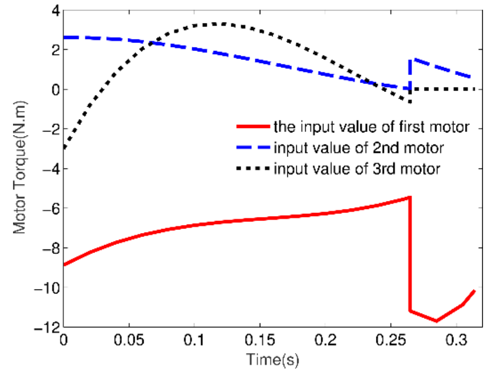
استیک دیاگرام حرکت این ربات مطابق شکل (۱۱) یک گام راه‌رفتن متناوب را نشان می‌دهد. چرخهٔ حدی حرکت ران پای ۱ در شکل (۱۲) نشان داده‌شده‌است که در یک نقطه گسستگی بسیار کوچکی را نشان می‌دهد که نشانگر دقت قابل‌قبول حرکت این ربات در طول یک گام است.

بهینه‌سازی گام راه‌رفتن مدل ربات با پای پرگاری زانودار. تابع هدف بهینه‌سازی این مدل نیز مجموع تابع مصرف انرژی و توابع جریمه است. مقدار این تابع در بهینه‌سازی روندی نزولی طی می‌کند. نمودار هم‌گرا شدن تابع خطای حالت دو گام متوالی در شکل (۱۳) آورده شده‌است.

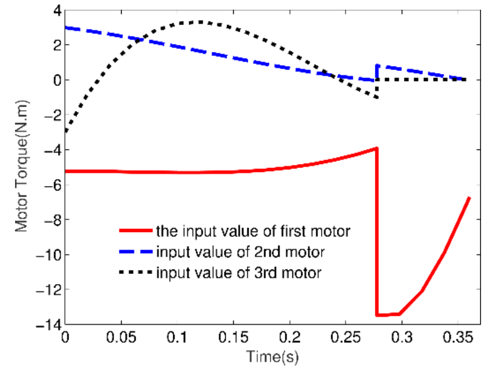


شکل ۱۳ کاهش تابع هدف و جریمه در بهینه‌سازی عددی گام ربات پرگاری زانودار

سیر تغییرات گشتاور موتورها درطی مراحل بهینه‌سازی متوالی در شکل (۱٤) نشان داده شده‌است. این نمودارها نشان می‌دهد برای موتورهای ران و ساق پای آونگی در مرحلهٔ تک‌تکیه‌گاهی، در طول بهینه‌سازی تغییر محسوسی نداشته‌اند. عمدهٔ تغییرات در بهینه‌سازی گام این مدل در گشتاور موتور پای تکیه‌گاهی اتفاق افتاده‌است. با شروع بهینه‌سازی گشتاور در حدود ۹ نیوتون متر مربوط به نمودار اول است، رفته‌رفته کاهش می‌یابد تا جایی که در نمودار سوم به ٦ و در نمودار چهارم به حدود ۵ نیوتون متر می‌رسد. محدودهٔ تغییرات گشتاور در طول فاز تک‌تکیه‌گاهی کاهش می‌یابد. به‌عنوان مثال در نمودار اول از حدود ۹ نیوتون متر در شروع فاز به حدود ۵ نیوتون متر در انتهای فاز می‌رسد و این تغییرات در نمودار آخر از حدود ۵/۵ به ٤ نیوتون متر می‌رسد. برای فاز تک‌تکیه‌گاهی بدون زانو علاوه‌بر افزایش زمان طی مرحله، افزایش گشتاور نیز مشاهده می‌شود. این تغییرات برای موتور شمارهٔ ۳ که حامل ران پای آونگی است کاهش گشتاور ورودی اولیه از حدود ۲ نیوتون متر در نمودار اول به حدود ۱ نیوتون متر در نمودار آخر و کاهش محدودهٔ تغییرات همراه با افزایش زمان نیز به‌وضوح قابل‌مشاهده است.



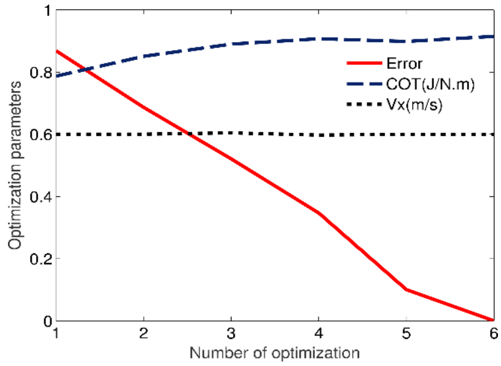
(الف)



(ب)

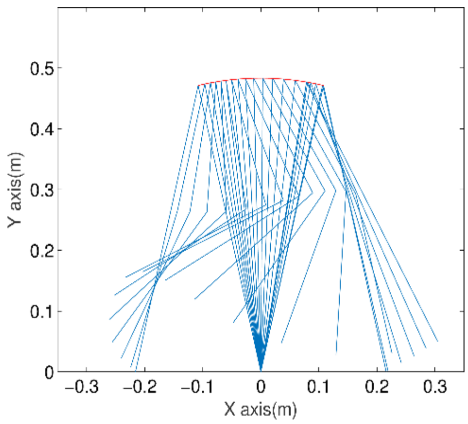
شکل ١٤ تغییرات گشتاور موتورها در (الف) اولین و (ب) ششمین مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی ربات گام پرگاری زانودار

نمودار شکل (١٥) تغییرات خطا، هزینهٔ انتقال و سرعت پیشروی ربات را در طول چند مرحلهٔ بهینه‌سازی به‌طور مجزا نشان می‌دهد. این نمودار نیز نشان می‌دهد که در طول بهینه‌سازی نرخ تغییرات سرعت خطی درجهت محور x ثابت مانده‌است. خط قرمز در نمودار فوق نشان‌دهندهٔ تغییرات خطا است که با اعمال ٦ بار بهینه‌سازی کاهش یافته‌است. نمودار COT (خط چین پهن) نیز در حال افزایش است ولی چون پیکربندی ربات تا حالتی که بتواند به‌طور متناوب گام بردارد فاصلهٔ زیادی دارد ضریب خطا در تابع هدف بزرگ‌تر از تابع هزینه است. در این مدل از ربات دوپا، عموماً فرض می‌شود که پای آونگی بدون برخورد با زمین حرکت می‌کند و به جلو می‌رود و این خلاف واقع است ولی در این پژوهش برای پای آونگی حرکتی واقعی درنظر گرفته شده‌است که در آن ربات زانوی پای خود را خم می‌کنند و به جلو می‌آورد. علت زیاد بودن هزینه از یک طرف خم‌شدن زانوی پای آونگی برای برخورد نکردن با زمین و از طرفی احتمالاً فشار وارد بر موتورها برای رعایت خطوط قرمز تعیین‌شده توسط توابع جریمه است.

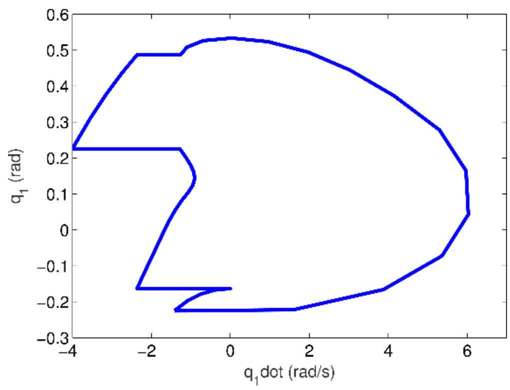


شکل ١٥ تغییرات خطا، هزینهٔ انتقال و سرعت خطی در شش مرحلهٔ متوالی بهینه‌سازی ربات گام پرگاری زانودار

استیک دیاگرام حرکت این ربات به‌صورت نشان داده‌شده در شکل (١٦) است. چرخهٔ حدی ران پای ١ این ربات در یک گام کامل راه‌رفتن به‌صورت شکل (١٧) می‌باشد. چرخهٔ حدی بالا نشان می‌دهد که رابط پس از یک گام کامل به محل اصلی خود برمی‌گردد و خطای درنظر گرفته‌شده برای آن بسیار ناچیز و تقریباً صفر است.



شکل ١٦ دیاگرام میله‌ای یک گام کامل راه‌رفتن ربات پرگاری زانودار



شکل ۱۷ چرخهٔ حدی ران پای مدل ربات پرگاری زانودار

مقایسهٔ مدل‌ها و کارایی مکانیزم‌های مختلف. هزینهٔ انتقال دربرگیرندهٔ تبدیل انرژی به کار است و از دیگر مزایای آن این است که مصرف انرژی را به‌سادگی قابل اندازه‌گیری می‌کند. برای همین در مقالات مختلف عموماً این پارامتر برای مقایسه و سنجش کارایی ربات‌های مختلف استفاده می‌شود [24]. راه‌رفتن با مدل‌های بررسی‌شده در این پژوهش دارای هزینه‌های مختلف بوده‌است. کل جرم ربات 4.0766 کیلوگرم است که سرعت 0.6 متر بر ثانیه برای همهٔ مدل‌ها منظور شده‌است. باتوجه به این‌که تمام مدل‌ها در حد امکان بهینه‌سازی شده و به‌لحاظ خطا و هزینهٔ انتقال، کاهش قابل‌توجهی در آنها اعمال شده‌است، مقدار این خطا و هزینهٔ انتقال آنها متفاوت است. برای ربات تلسکوپی فنری، مقدار خطا در آخرین مرحله به 0.0032 هم‌گرا شده‌است، درحالی‌که مقدار هزینه برای آن 1.0945 J/Nm است. برای مدل پرگاری زانودار درحالی‌که مقدار خطا به 6×10^{-5} رسیده‌است، هزینهٔ انتقال آن 0.9146 J/Nm می‌باشد. اطلاعات مربوط به مدل‌ها درخصوص هزینه و خطا در جدول (۱) آمده‌است.

درصورتی‌که هدف تناوب گام بدون درنظرگرفتن هزینه باشد ربات پرگاری زانودار نسبت به تلسکوپی فنری دارای خطای تناوب کمتری است. علت این‌که خطای ربات پرگاری از مدل دیگر کمتر است عدم وجود جزء متغیر و غیر قابل‌کنترل نظیر فنر در آن است. این نکته که کل پیکربندی ربات در مدل‌های فنردار زیرفعال یا تحریک ناقص هستند بسیار حائز اهمیت است. این مدل ربات دوپا به‌خاطر نبود موتور در مفصل کشویی ساق پا یک درجهٔ آزادی بیشتر از تعداد موتورها دارد. مدل ربات گام پرگاری در فاز تک‌تکیه‌گاهی دارای تعداد محرکه‌ها و درجات آزادی برابر است و بنابراین سیستم دارای تحریک کامل است. از طرفی در مدل فنردار، موتوری برای کنترل دقیق مفصل تلسکوپی وجود ندارد و موتورها به‌طور غیرمستقیم برروی تغییرشکل فنرها و سرعت تغییرشکل آنها اثر می‌گذارند و این کار بهینه‌سازی را به‌منظور کاهش خطا بسیار سخت می‌کند چرا که اثر تغییر پارامترهای بهینه‌سازی روی تابع خطا بسیار کم و گاهی بدون اثر است. دویدن مدل تلسکوپی فنری به‌صورتی است که وقتی پای جلوی ربات به زمین برخورد کند نیروهای اینرسی و گرانش و ضربهٔ ناشی از برخورد به فنر منتقل می‌شود و فنر با جذب این نیروها، بدنهٔ ربات را از روی تکیه‌گاه عبور می‌دهد و با به‌کارگیری نیروی جذب‌شده قسمت زیادی از نیروی لازم برای شروع فاز پرواز را تأمین می‌کند و این عمل در کاهش هزینهٔ انتقال اثر بسیار زیادی دارد. ولی در راه‌رفتن، چون تغییر طول فنرها آن‌قدر نیست که فنر بتواند بار ربات را به‌تنهایی بر دوش بگیرد و تغییر طول فنر می‌تواند هدردهندهٔ انرژی موتورها باشد و از طرفی نیروی جذب‌شده برای فاز بعدی گام نیز می‌تواند غیرمفید باشد و باعث اختلال حرکت ربات شود، وجود فنر اثر منفی در هزینهٔ انتقال می‌گذارد و کارایی مدل را کاهش می‌دهد. بنابراین همان‌طور که اشاره شد و انتظار می‌رفت باید خطای مدل تلسکوپی فنردار از پرگاری زانودار بیشتر و هزینهٔ انتقال هم بیشتر باشد که همان‌گونه که در جدول (۱) مشاهده می‌شود این امر اتفاق افتاده‌است. علت بیشتر بودن هزینه در ربات تلسکوپی فنری (با سختی فنر موجود) نسبت‌به پرگاری

وجود المان متغیر و زحمت زیاد موتورها برای تنظیم لینک‌ها و سرعت‌ها برای کاهش خطا است. در استیک دیاگرام این ربات در شکل (۱۱) مشاهده می‌شود که چه‌قدر طول فاز تک‌تکیه‌گاهی در حالت بدون زانو افزایش داشته‌است تا دقیقاً بتواند سرعت باز و بسته شدن فنرها را کنترل کند.

هزینهٔ انتقال برای راه‌رفتن انسان و ربات‌های دوپای ساخته‌شدهٔ قبلی و مرتبط با موضوع این پژوهش در جدول (۱) آمده‌است.

جدول ۱ مقایسهٔ هزینهٔ انتقال، سرعت و خطای گام مدل‌های این پژوهش با ربات‌های دیگر

مدل ربات دوپا	*COT* (J.N^{-1}m^{-1})	مقدار تابع خطا	سرعت خطی (*m/s*)
تلسکوپی فنری	1.0945	3.2×10^{-3}	0.6
پرگاری زانودار	0.9146	6×10^{-5}	0.6
انسان [25]	0.3	–	–
ربات دوپای آنو [26]	0.11	–	0.275
ربات آسیمو [27]	3.2	–	–
ربات دلف [28]	5.3	–	–
ربات کرنل [28]	0.28	–	–
ربات اتریاس [29]	1.0	-	-

انسان با بهره‌گیری از ماهیچه مصرف انرژی بسیار کمتری نسبت به تمام ربات‌های مشابه ساخته‌شدهٔ فعلی دارد. ربات دوپای آنو و همکاران [26] با بهره‌گیری از تنها یک موتور در مفصل لگن برای هر پا و حرکت غیرفعال زانوها به هزینهٔ انتقال ۰/۱۱ دست یافته‌است، اما ربات‌های دوپای نیمه‌فعال دارای محدودیت حرکت روی سطوح شیب‌دار هستند. جدیدترین ربات شرکت هوندا، آسیمو [27] که یک ربات تحریک کامل با درجات آزادی متعدد می‌باشد هزینهٔ حمل ۳/۲ و بالاتر نسبت به این تحقیق دارد. ربات دوپای دلف [28] نیز به‌دلیل استفاده از محرکه‌های پنوماتیکی هزینهٔ انتقال ۵/۳ دارد که حتی بالاتر از آسیمو است. ربات دوپای کرنل [28] نیز یک ربات نیمه‌فعال با ترکیبی از مفاصل فعال و غیرفعال می‌باشد که هزینهٔ حمل ۰/۲۱ دارد و از ربات آنو کم‌بازده‌تر است. ربات ATRIAS که یک ربات فعال دارای فنرهای موازی با موتورها است دارای هزینهٔ انتقال ۱/۰ می‌باشد. در این پژوهش هزینهٔ انتقال برای ربات تلسکوپی فنری ۱/۰۹ و برای گام پرگاری زانودار ۰/۹۱ به‌دست آمده‌است که از ربات‌های نیمه‌فعال بیشتر است اما نسبت به اکثر ربات‌های فعال کمتر است. در مدل پرگاری ایده‌آل با هزینهٔ انتقال پایین فرض می‌شود پا هنگام عبور با زمین برخورد ندارد اما گام طرح‌ریزی‌شده در این پژوهش با خم‌شدن زانوی پای آونگی شرایط ربات واقعی شبیه‌سازی می‌شود که به‌تبع آن هزینهٔ حمل بالاتر می‌رود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدل‌هایی از یک ربات دوپای واقعی مورد بررسی قرار گرفتند. این مدل‌ها عبارت‌اند از ربات دوپای تلسکوپی فنری و پرگاری زانودار. همهٔ فازهای راه‌رفتن مدل ربات ۵ لینکی زانودار بدون فنر مدل‌سازی شد و صحت مدل‌سازی بررسی گردید. شرایط اولیه و موتورها با سعی‌وخطا تنظیم شد و توانست یک گام راه برود. به‌منظور بالا بردن کارایی، توابعی به‌عنوان هدف بهینه‌سازی و توابعی به‌عنوان جریمه، به‌منظور حفظ پیکربندی صحیح آن حین راه‌رفتن، برای آن تعیین شد. سپس با بهینه‌سازی کامپیوتری، خطای گام و هزینهٔ انتقال به‌میزان بسیار زیادی کاهش یافت. یک مدل که در این پژوهش به آن پرداخته شد مدل تلسکوپی فنری زانودار بود که پای تکیه‌گاهی آن دارای مفصل کشویی فنری است و پای آونگی برای عدم سایش به زمین زانودار است. این مدل که در هنگام دویدن مقدار زیادی از انرژی موتورها را به‌کمک فنر موجود در پای تکیه‌گاهی کاهش می‌دهد، در راه‌رفتن برخلاف انتظار کارایی

کمتری نسبت به مدل بدون فنر داشت؛ زیرا وجود فنر، با ایجاد بی‌نظمی در حرکت و هدردادن انرژی موتورها باعث افزایش هزینهٔ حمل می‌شود. به‌علاوه درنظرگرفتن زانو برای پای آونگی و خم‌کردن زانو و جلوبردن پای آونگی به‌صورت واقعی هزینهٔ انتقال را افزایش می‌دهد. مدل دیگر، ربات پرگاری زانودار بود که تفاوت آن با مراجع دیگر این است که در اینجا برای پای آونگی زانویی درنظر گرفته شده بود که هنگام عبور، آن را خم کند و حرکت پاها درست مطابق واقعیت باشد. همین امر باعث افزایش هزینهٔ انتقال در این ربات نسبت‌به ربات‌های پرگاری مدل‌سازی‌شده توسط دیگر محققان شده‌است.

آن‌چه در این پژوهش انجام شد، درنظرگرفتن دو نوع مکانیزم عملی برمبنای دو مدل نظری مشهور (آونگ وارون فنری و گام پرگاری) برای یک ربات واقعی و ایجاد حرکت‌های راه‌رفتن سازگار با واقعیت است که موجب بالا بردن کارایی گام راه‌رفتن بشود. درنهایت مدل‌ها با یکدیگر و دیگر مراجع مقایسه شده‌اند؛ اگرچه این امر در بعضی قسمت‌ها موجب فاصله‌گرفتن نتایج این پژوهش با نتایج سایر مدل‌ها در مراجع دیگر شد ولی موجب اطمینان از واقعی‌بودن نتایج و پرهیز از ساده‌سازی‌های بیش از حد به‌منظور گرفتن نتایج بهتر شد. هرچند مقدار کمی خطا در گام‌های متناوب وجود داشت که این مقدار ناچیز می‌تواند در عمل و هنگام پیاده‌سازی اثر زیادی نداشته باشد. به‌عنوان پیشنهادات برای کارهای آینده می‌توان به انجام طرح‌ریزی گام مدل ربات زانودار اشاره کرد. همچنین می‌توان اثر تغییر ضریب فنریت در بهینگی گام‌ها و نیز اثر وجود اصطکاک در مفاصل را بررسی نمود.

تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله از شرکت پارس نوآور نفت آب سهند بابت ساخت قطعات و مونتاژ ربات TARMER تشکر و قدردانی می‌نمایند.

مراجع

1. Geyer, H., Seyfarth, A. and Blickhan, R., "Compliant Leg Behaviour Explains Basic Dynamics of Walking and Running", *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, Vol. 273, No. 1603, pp. 2861-2867, (2006).
2. Rummel, J., Blum, Y. and Seyfarth, A., "Robust and Efficient Walking with Spring-like Legs", *Bioinspiration & Biomimetics*, Vol. 5, No. 4, pp. 046004, (2010).
3. Visser, L.C., Stramigioli, S. and Carloni R., "Control Strategy for Energy-efficient Bipedal Walking with Variable Leg Stiffness", *in Proceeding of IEEE Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 5644-5649, (2013).
4. McGeer, T., "Passive Dynamic Walking", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 9, No. 2, pp. 62-82, (1990).
5. McGeer, T., "Dynamics and Control of Bipedal Locomotion", *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 163, No. 3, pp. 277-314, (1993).
6. Hao, Z., Fujimoto, K. and Hayakawa, Y., "Approximate Solutions to the Hamilton-Jacobi Equations for Generating Functions: The General Cost Function Case", *in Proceeding of 9th IEEE Asian Control Conference (ASCC)*, Istanbul, Turkey, pp. 1-6, (2013).
7. Bauer, F., Römer, U., Fidlin, A. and Seemann, W., "Optimization of Energy Efficiency of Walking Bipedal Robots by Use of Elastic Couplings in the Form of Mechanical Springs", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 83, No. 3, pp. 1275-1301, (2015).

8. Kai, T. and Shibata, T., "Gait Generation for the Compass-Type Biped Robot on General Irregular Grounds Via a New Blending Method of Discrete Mechanics and Nonlinear optimization", *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Vol. 26, No. 5, pp. 484-492, (2015).
9. Rostami, M. and Bessonnet, G., "Sagittal Gait of a Biped Robot During the Single Support Phase. Part 2: Optimal Motion", *Robotica*, Vol. 19, No. 03, pp. 241-253, (2001).
10. Saidouni, T. and Bessonnet, G., "Generating Globally Optimised Sagittal Gait Cycles of a Biped Robot", *Robotica*, Vol. 21, No. 02, pp. 199-210, (2003).
11. Chen, D., Fujimoto, K. and Suzuki, T., "Optimal Gait Generation of Constrained Compass Biped Robot Via Generating Function Approach", *in Proceeding of 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, Hangzhou, China, pp. 626-631, (2015).
12. Srinivasan, M. and Ruina A., "Computer Optimization of a Minimal Biped Model Discovers Walking and Running", *Nature*, Vol. 439, No. 7072, pp. 72-75, (2006).
13. Rokbani, N. and Alimi, A.M., "IK-PSO, PSO Inverse Kinematics Solver with Application to Biped Gait Generation", *International Journal of Computer Applications*, Vol. 58, No. 22, pp. 33-39, (2012).
14. John, A.D.K. and Rebula, R., "The Cost of Leg Forces in Bipedal Locomotion: A Simple Optimization Study", *PLoS ONE*, Vol. 10, No. 2, (2015).
15. Adolfsson, J., Dankowicz, H. and Nordmark, A., "3D Passive Walkers: Finding Periodic Gaits in the Presence of Discontinuities", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 24, No. 2, pp. 205-229, (2001).
16. Millard, M., Kubica, E. and McPhee, J., "Forward Dynamic Human Gait Simulation Using a SLIP Target Model", *Procedia IUTAM*, Vol. 2, pp. 142-157, (2011).
17. Shimmyo, S., Sato, T. and Ohnishi, K., "Biped Walking Pattern Generation by Using Preview Control Based on Three-Mass Model", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 60, No. 11, pp. 5137-5147, (2013).
18. Martin, A.E. and Schmiedeler, J.P., "Predicting Human Walking Gaits with a Simple Planar Model", *Journal of Biomechanics*, Vol. 47, No. 6, pp. 1416-1421, (2014).
19. Gamus, B. and Or, Y., "Dynamic Bipedal Walking under Stick-slip Transitions", *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 609-642, (2015).
20. Garcia, M., Chatterjee, A., Ruina, A. and Coleman, M., "The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 120, No. 2, pp. 281-288, (1998).
21. Kuo, A.D., "Energetics of Actively Powered Locomotion Using the Simplest Walking Model", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 124, No. 1, pp. 113-120, (2001).
22. Yosofvand, M., Beigzadeh, B. and Davaei Markazi, A.H., "Analysis of Stable Period-one Gait of a Planner Passive Biped with Elastic Links", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 6, pp. 312-320, (2016).
23. Dadashzadeh, B., Mahjoob, M., Nikkhah Bahrami, M. and Macnab, C., "Stable Active Running of a Planar Biped Robot Using Poincare Map Control", Advanced Robotics, Vol. 28, No. 4, pp. 231-244, (2014).
24. Sellers, W.I., Cain, G.M., Wang, W. and Crompton, R.H., "Stride Lengths, Speed and Energy Costs in Walking of Australopithecus Afarensis Using Evolutionary Robotics to predict Locomotion of Early Human Ancestors", *Journal of The Royal Society Interface*, Vol. 2, No. 5, pp. 431-441, (2005).
25. Donelan, J.M., Kram, R. and Kuo, A.D., "Mechanical Work for Step-to-step Transitions is a Major Determinant of the Metabolic Cost of Human Walking", *Journal of Experimental Biology*, Vol. 205, No. 23, pp. 3717-3727, (2002).

26. Ono, K., Furuichi, T. and Takahashi, R., "Self-excited Walking of a Biped Mechanism with Feet", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 23, No. 1, pp. 55-68, (2004).
27. Sakagami, Y., Watanabe, R., Aoyama, C., Matsunaga, S., Higaki, N. and Fujimura, K., "The Intelligent ASIMO: System Overview and Integration", *in Proceeding of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Lausanne, Switzerland, pp. 2478-2483, (2002).
28. Collins, S., Ruina, A., Tedrake, R. and Wisse, M., "Efficient Bipedal Robots based on Passive-dynamic Walkers", *Science*, Vol. 307, No. 5712, pp. 1082-1085, (2005).
29. Griffin, B. and Grizzle, J., "Nonholonomic Virtual Constraints and Gait Optimization for Robust Walking Control", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 36, Issue 8, (2017).